

Questão 77

Num bolão, sete amigos ganharam vinte e um milhões, sessenta e três mil e quarenta e dois reais. O prêmio foi dividido em sete partes iguais. Logo, o que cada um recebeu, em reais, foi:

- a) 3.009.006,00 b) 3.009.006,50
c) 3.090.006,00 d) 3.090.006,50
e) 3.900.060,50

alternativa A

Cada amigo recebeu $21\ 063\ 042 : 7 =$
 $= R\$ 3.009.006,00$.

Questão 78

Para que fosse feito um levantamento sobre o número de infrações de trânsito, foram escolhidos 50 motoristas. O número de infrações cometidas por esses motoristas, nos últimos cinco anos, produziu a seguinte tabela:

Nº de infrações	Nº de motoristas
de 1 a 3	7
de 4 a 6	10
de 7 a 9	15
de 10 a 12	13
de 13 a 15	5
maior ou igual a 16	0

Pode-se então afirmar que a média do número de infrações, por motorista, nos últimos cinco anos, para este grupo, está entre:

- a) 6,9 e 9,0 b) 7,2 e 9,3
c) 7,5 e 9,6 d) 7,8 e 9,9
e) 8,1 e 10,2

alternativa A

Considerando o número mínimo e o número máximo de infrações em cada intervalo, a média é maior ou igual a

$$\frac{1 \cdot 7 + 4 \cdot 10 + 7 \cdot 15 + 10 \cdot 13 + 13 \cdot 5}{50} = 6,94$$

e menor ou igual a

$$\frac{3 \cdot 7 + 6 \cdot 10 + 9 \cdot 15 + 12 \cdot 13 + 15 \cdot 5}{50} = 8,94.$$

Conseqüentemente, a média do número de infrações está entre $6,9 < 6,94$ e $9,0 > 8,94$.

Questão 79

Duas retas s e t do plano cartesiano se interceptam no ponto $(2, 2)$. O produto de seus coeficientes angulares é 1 e a reta s intercepta o eixo dos y no ponto $(0, 3)$. A área do triângulo delimitado pelo eixo dos x e pelas retas s e t é:

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

alternativa B

O coeficiente angular de s é $a_s = \frac{3 - 2}{0 - 2} = -\frac{1}{2}$

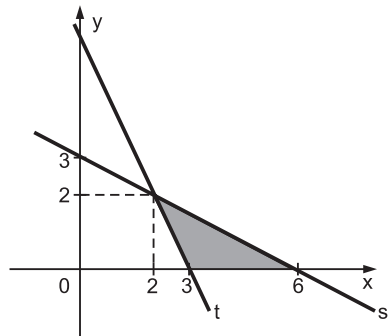
e uma equação de s é $y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 0) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3.$$

Portanto o coeficiente angular de t é $a_t = \frac{1}{-\frac{1}{2}} =$

$= -2$ e uma equação de t é $y - 2 = -2(x - 2) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow y = -2x + 6.$

Assim, o triângulo delimitado pelo eixo dos x e pelas retas s e t tem vértices $(2; 2)$, $(6; 0)$ e $(3; 0)$, ou seja, é um triângulo que tem um lado de medida $6 - 3 = 3$ sobre o eixo dos x e cuja altura em relação a esse lado é 2. Logo a sua área é $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3.$

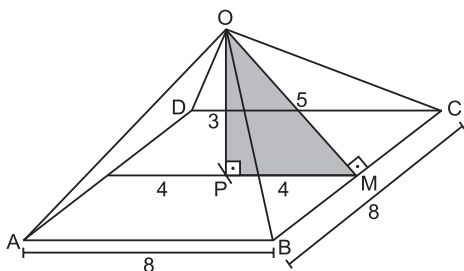


Questão 80

Um telhado tem a forma da superfície lateral de uma pirâmide regular, de base quadrada. O lado da base mede 8m e a altura da pirâmide 3m. As telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem $1m^2$. Supondo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas (quebras e emendas), o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é:

- a) 90 b) 100 c) 110 d) 120 e) 130

alternativa A



Sejam $ABCD$ a base da pirâmide e O o seu vértice. Sejam M o ponto médio de BC e P a projeção ortogonal de O na base $ABCD$. O triângulo OPM é retângulo em P , logo $OM = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ m. Assim, a área lateral da pirâmide é $4 \cdot \frac{8 \cdot 5}{2} = 80 m^2$, o que corresponde a 80 lotes. Admitindo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas, deve-se comprar pelo menos $80 + 10 = 90$ lotes de telhas.

Questão 81

O sistema $\begin{cases} x + (c + 1)y = 0 \\ cx + y = -1 \end{cases}$, onde $c \neq 0$, admite uma solução (x, y) com $x = 1$. Então, o valor de c é:

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 1 e) 2

alternativa B

Como o sistema dado admite uma solução (x, y) com $x = 1$, temos:

$$\begin{aligned} 1 + (c + 1)y &= 0 & \Leftrightarrow & \begin{cases} 1 + (c + 1)(-1 - c) = 0 \\ c \cdot 1 + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow y = -1 - c \\ \Leftrightarrow (c + 1)^2 &= 1 & \Leftrightarrow & \begin{cases} (c + 1 = 1 \text{ ou } c + 1 = -1) \\ y = -1 - c \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (c = 0 \text{ ou } c &= -2) \\ \Leftrightarrow y &= -1 - c \end{aligned}$$

Sendo $c \neq 0$, temos $c = -2$.

Questão 82

No segmento \overline{AC} , toma-se um ponto B de forma que $\frac{AB}{AC} = 2 \frac{BC}{AB}$. Então, o valor de $\frac{BC}{AB}$ é:

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ c) $\sqrt{5} - 1$
 d) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ e) $\frac{\sqrt{5} - 1}{3}$

alternativa B

Sejam $\frac{BC}{AB} = r$ e $\frac{AB}{AC} = \frac{2BC}{AB} = 2r, r > 0$. Como $B \in \overline{AC}$, temos $AB + BC = AC \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{AB}{AB} + \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow 1 + r = \frac{1}{2r} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2r^2 + 2r - 1 = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

Questão 83

As soluções da equação $\frac{x - a}{x + a} + \frac{x + a}{x - a} =$

$$= \frac{2(a^4 + 1)}{a^2(x^2 - a^2)}, \text{ onde } a \neq 0, \text{ são:}$$

- a) $\frac{-a}{2}$ e $\frac{a}{4}$ b) $\frac{-a}{4}$ e $\frac{a}{4}$
 c) $\frac{-1}{2a}$ e $\frac{1}{2a}$ d) $-\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{2a}$
 e) $-\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{a}$

ver comentário

Como $a \neq 0$, $\frac{x - a}{x + a} + \frac{x + a}{x - a} = \frac{2(a^4 + 1)}{a^2(x^2 - a^2)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{(x - a)^2 + (x + a)^2}{(x + a)(x - a)} = \frac{2(a^4 + 1)}{a^2(x + a)(x - a)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 + a^2) = \frac{2(a^4 + 1)}{a^2} \\ x \neq -a \text{ e } x \neq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 x^2 = 1 \\ x \neq -a \text{ e } x \neq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x = \frac{1}{a} \text{ ou } x = -\frac{1}{a}\right) \\ x \neq -a \text{ e } x \neq a \end{cases}$$

Supondo que $a \in \mathbb{C}$, temos que $-a = \frac{1}{a} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{a} \Leftrightarrow a = \pm i \text{ e } a = \frac{1}{a} \Leftrightarrow -a = -\frac{1}{a} \Leftrightarrow a = \pm 1.$$

Portanto:

$$\begin{cases} a = \pm i \text{ ou } a = \pm 1 \Leftrightarrow V = \emptyset \\ a \neq i \text{ e } a \neq -i \text{ e } a \neq 1 \text{ e } a \neq -1 \Leftrightarrow V = \left\{-\frac{1}{a}; \frac{1}{a}\right\} \end{cases}$$

Questão 84

Seja $f(x) = \log_3(3x + 4) - \log_3(2x - 1)$. Os valores de x , para os quais f está definida e satisfaz $f(x) > 1$, são:

- a) $x < \frac{7}{3}$
- b) $\frac{1}{2} < x$
- c) $\frac{1}{2} < x < \frac{7}{3}$
- d) $-\frac{4}{3} < x$
- e) $-\frac{4}{3} < x < \frac{1}{2}$

alternativa C

Temos $f(x) > 1 \Leftrightarrow \log_3(3x + 4) - \log_3(2x - 1) > 1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 \frac{3x + 4}{2x - 1} > \log_3 3 \\ 3x + 4 > 0 \text{ e } 2x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x + 4}{2x - 1} > 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4 > 6x - 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{7}{3} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{7}{3}.$$

Questão 85

Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 itens distintos cada, para distribuir entre a população carente. Esses 4 itens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis. Em cada sacola, deve haver pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitos?

- a) 360
- b) 420
- c) 540
- d) 600
- e) 640

alternativa E

Com 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíveis, há $\binom{8+5}{4} = \binom{13}{4} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4!} = 715$ formas de se escolher 4

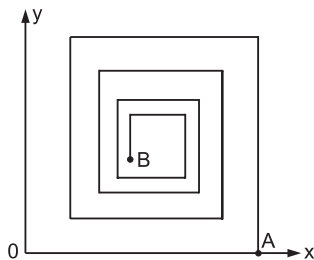
itens distintos para as sacolas. O número de formas de preparar as sacolas contendo somente produtos de limpeza é $\binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!} = 70$ e, contendo

somente alimentos não perecíveis, $\binom{5}{4} = 5$.

Logo o número de maneiras de preparar as sacolas contendo pelo menos um item que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza é $715 - 70 - 5 = 640$.

Questão 86

No plano cartesiano, os comprimentos de segmentos consecutivos da poligonal, que começa na origem 0 e termina em B (ver figura), formam uma progressão geométrica de razão p , com $0 < p < 1$. Dois segmentos consecutivos são sempre perpendiculares. Então, se $OA = 1$, a abscissa x do ponto $B = (x, y)$ vale:



$$= \frac{a_1(1 - p^{16})}{1 + p^2}$$

Como $a_1 = 1$, a abscissa do ponto B é $\frac{1 - p^{16}}{1 + p^2}$.

Questão 87

Seja f a função que associa, a cada número real x , o menor dos números $x + 3$ e $-x + 5$. Assim, o valor máximo de $f(x)$ é:

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 6 e) 7

alternativa C

Temos que $x + 3 \geq -x + 5 \Leftrightarrow x \geq 1$ e

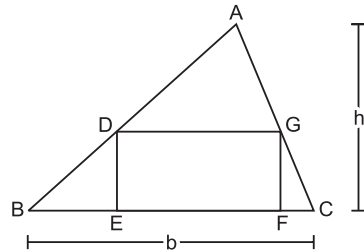
$x + 3 \leq -x + 5 \Leftrightarrow x \leq 1$, logo

$$f(x) = \min. \{x + 3; -x + 5\} = \begin{cases} x + 3, & \text{se } x \leq 1 \\ -x + 5, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Assim, como f é crescente para $x \leq 1$ e decrescente para $x \geq 1$, o valor máximo de $f(x)$ é $f(1) = 4$.

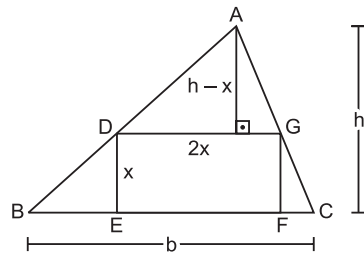
Questão 88

O triângulo ABC tem altura h e base b (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo DEFG, cuja base é o dobro da altura. Nessas condições, a altura do retângulo, em função de h e b , é dada pela fórmula:



- a) $\frac{bh}{h + b}$ b) $\frac{2bh}{h + b}$ c) $\frac{bh}{h + 2b}$
 d) $\frac{bh}{2h + b}$ e) $\frac{bh}{2(h + b)}$

alternativa D



Seja x a medida da altura do retângulo DEFG, como este está inscrito no triângulo ABC e $\overline{DG} \parallel \overline{BC}$, temos $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ e então $\frac{h - x}{2x} = \frac{h}{b} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 2hx = bh - bx \Leftrightarrow (2h + b) \cdot x = bh \Leftrightarrow x = \frac{bh}{2h + b}$.